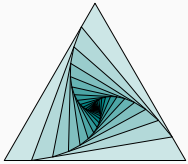
tkz-elements



Alain Matthes

17 novembre 2023

AlterMundus
Questions via *al.ma@mac.com*
Exemples via altermundus.fr

Plan de l'exposé

De TikZ vers tkz-elements

Précision des calculs avec TikZ

`veclen(x,y)` permet de calculer l'expression $\sqrt{x^2+y^2}$.

Ce calcul est obtenu à l'aide d'une approximation polynomiale, basée sur des idées de Rouben Rostamian.

```
    pgfmathparse{veclen(65,72)} \pgfmathresult
```

☞ $\sqrt{65^2+72^2} \approx 96{,}9884$ 💣.

Précision des calculs avec LuaLaTeX

On peut définir une macro `luaveclen` ainsi :

```
\def\luaveclen#1#2{\directlua{tex.print(string.format(
'\percentchar.5f',math.sqrt((#1)*(#1)+(#2)*(#2))))}}
```

☞ $\sqrt{65^2 + 72^2} = 97$!!

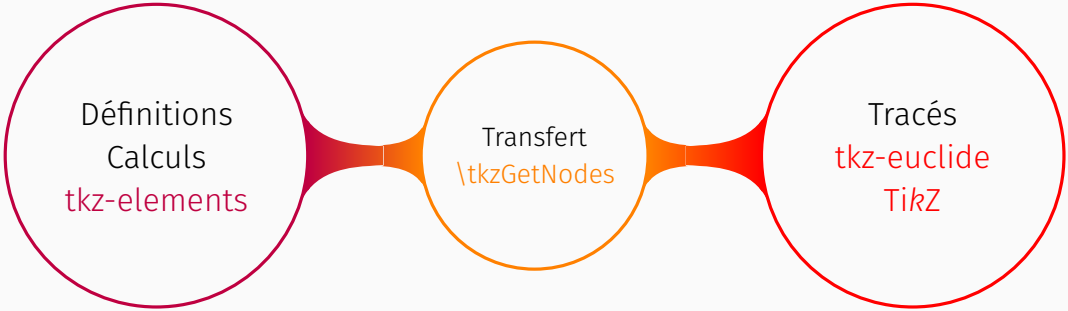
Précision des calculs : conclusion

Conclusion

- Difficile de faire de la géométrie sans la fonction `veclen`.
- La fonction **veclen** est très utilisée dans Ti*k*Z. Il faut prendre des précautions pour la redéfinir.
- Précision ou Efficacité ? (fp, xfp, fpu, autres ?)
- Solution : LuaLaTeX ? (usage local ? ou global ?)

Présentation de tkz-elements

Vers tkz-elements



- Il faut compiler avec **LuaLaTeX** un fichier en **utf8**.
- Il faut charger **TikZ** ou **tkz-euclide**.
- Les calculs à l'aide de Lua se font dans un environnement **tkzelements**.
- Ensuite, dans un environnement **tikzpicture** , la macro `\tkzGetNodes` récupère les points définis dans l'environnement **tkzelements** pour en faire des **nodes**.

Notions fondamentales

- Les définitions et les calculs sont effectués dans un repère orthonormal.
- Les fonctions reposent principalement sur les nombres complexes, les barycentres et les objets.
- Ces objets (voir section 5) sont pour le moment les suivants : point, line, circle, triangle et ellipse. D'autres sont déjà en développement : matrices, vecteurs. [1]

1. Remerciements à **Nicolas Kisselhoff** pour les exemples de code Lua avec tkz-euclide, à **Roberto Giacomelli** pour le partage de ses documents sur l'utilisation des objets avec Ti*k*Z et enfin à **David Carlisle** pour ses réponses à mes multiples questions.

Le cercle d'Apollonius

Cet exemple est celui qui est à l'origine de tkz-elements. Avec les premières versions, j'avais souvent des problèmes de précision (3). Cette version est celle qui utilise la plus simple méthode de construction et qui est possible grâce à Lua.

> **Problème**
>
> Il s'agit de déterminer un cercle tangent intérieurement aux trois cercles exinscrits d'un triangle.

Remarque : Le cercle des neuf points ou cercle d'Euler est lui tangent extérieurement aux trois cercles. Les points de tangence forment le triangle de Feuerbach.

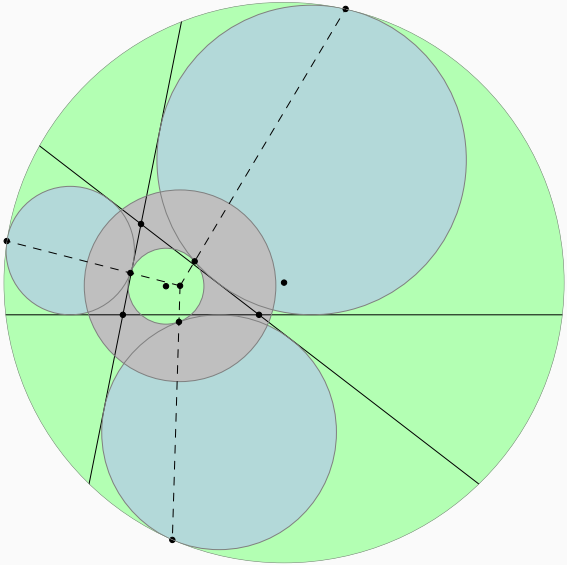
Le cercle d'Apollonius

```
\begin{tkzelements}
  z.A            = point: new (0,0)
  z.B            = point: new (6,0)
  z.C            = point: new (0.8,4)
  T.ABC          = triangle : new ( z.A,z.B,z.C )
  z.N,z.S        = T.ABC.eulercenter , T.ABC.spiekercenter
  z.Ea,z.Eb,z.Ec = get_points ( T.ABC : feuerbach () )
  z.Ja,z.Jb,z.Jc = get_points ( T.ABC : excentral () )
  C.JaEa         = circle: new (z.Ja,z.Ea)
  C.ortho        = circle: radius (z.S,math.sqrt(C.JaEa: power(z.S)))
  z.a            = C.ortho.through
  C.euler        = T.ABC: euler_circle ()
  C.apo          = C.ortho : inversion (C.euler)
  z.O            = C.apo.center
  z.xa,z.xb,z.xc = C.ortho : set_inversion (z.Ea,z.Eb,z.Ec)
\end{tkzelements}
```

Le cercle d'Apollonius

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzGetNodes
   \tkzFillCircles[green!30](O,xa)
   \tkzFillCircles[teal!30](Ja,Ea Jb,Eb Jc,Ec)
   \tkzFillCircles[lightgray](S,a)
   \tkzFillCircles[green!30](N,Ea)
   \tkzDrawPoints(xa,xb,xc)
   \tkzClipCircle(O,xa)
   \tkzDrawLines[add=3 and 3](A,B A,C B,C)
   \tkzDrawCircles(Ja,Ea Jb,Eb Jc,Ec S,a O,xa N,Ea)
   \tkzDrawPoints(O,A,B,C,S,Ea,Eb,Ec,N)
   \tkzDrawSegments[dashed](S,xa S,xb S,xc)
\end{tikzpicture}
```

Le cercle d'Apollonius



L'environnement tkzelements

L'environnement tkzelements

L'environnement **tkzelements** encapsule un environnement **luacode**. Il fixe la valeur de **scale** à 1, puis il efface [2] les paires de chaque table.

L'environnement n'a actuellement pas d'option. Il est placé avant l'environnement **tikzpicture** ou bien à l'intérieur de celui-ci, mais avant la macro **\tkzGetNodes**.

☞ 💣 Lorsque vous commentez des lignes de cet environnement, vous devez utiliser les deux tirets `--` et non le symbole pour cent **%**, différence entre LaTeX et Lua.

2. Voir la section Tables(4) pour des explications sur cette ligne de codes

La table z

La table z

z = {} crée une table vide.

```
z.A = point : new (1,2)
```

☞L'écriture `z.A` est appelée **Sucre syntaxique**. L'écriture principale étant 💣 `z["A"]`.

Ce code associe[3] au nom `A` (la clef : futur nom d'un node) un complexe `1+2i` (la valeur). Cela définit une paire `{A;1+2i}` de la table `z`. La table nommée `z`[4] est constituée d'un ensemble non ordonné de paires. La table n'a pas de limite de taille.

Les autres objets (line, circle, triangle et ellipse) seront rangés dans des tables (L, C, T, E).

3. Une table est justement un tableau associatif qui lie une clef (une référence) à une valeur.
4. `z` en référence à la notation des affixes des nombres complexes.

Les objets et leurs attributs

Objet point

Lors de sa création, tous les attributs sont déterminés à l'aide de son affixe.

Création : `z.M = point : new (1,2)`[5]

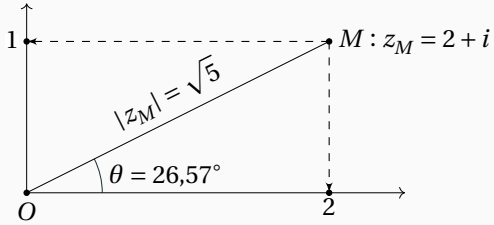
`z.M = 1+2i` si et seulement si `scale = 1`

Attribut	Commentaire	Exemple
`re`	abscisse de A	`z.M.re = 1` partie réelle
`im`	ordonnée de A	`z.M.im = 2` partie imaginaire
`type`		`z.M.type` = "point"
`argument`	α pente de $\overrightarrow{OM}$	`z.M.argument` = $0{,}46365$ rad
`modulus`	OM = $\sqrt{1^2+2^2}$	`z.M.modulus` = $\sqrt{5}$ = $2{,}23607$ cm[6]

5. Possible `z.M = point: polar ( radius, phi )`
6. \directlua{tex.print(math.sqrt(5))} donne $2{,}23607$

Objet point

```
z.M = point: new (2,1)
```



Objet line

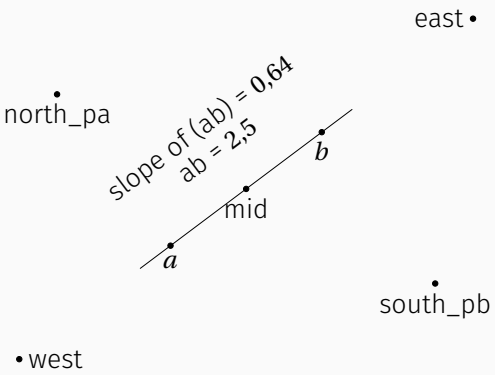
Création : `L.AB = line : new (z.A,z.B)`

Définit la droite passant par les points A et B, ainsi que le segment [AB].

Attribut	Commentaire	Exemple
`pa`	premier point de la droite	`L.AB.pa = z.A`
`pb`	dernier point de la droite	`L.AB.pb = z.B`
`type`		`L.AB.type` = ”line”
`mid`	milieu de [AB]	`z.M = L.AB.mid`
`north_pa`		voir [7] la figure suivante
`slope`	pente de (AB)	`L.AB.slope`
`length`	AB	AB = `L.AB.length`

7. Et aussi `south_pa`, `north_pb`, `south_pb`, `west`, `east`

Attributs de l'objet line



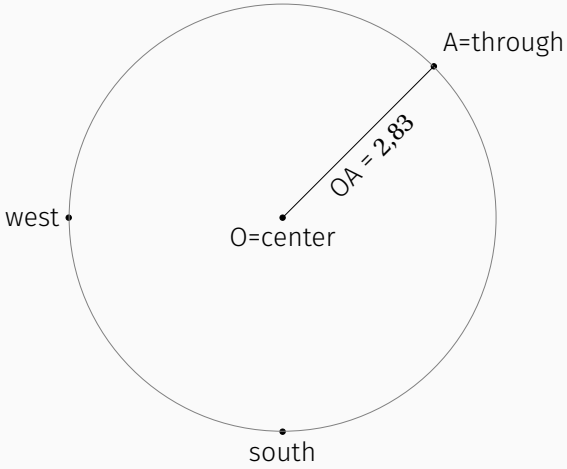
Objet circle

Création : `C.OA = circle : new (z.O,z.A)`[8] ; centre O passant par A.[9]

Attribut	Commentaire	Exemple
`center`	centre du cercle	`z.O = C.OA.center`
`through`	point du cercle	`z.A = C.OA.through`
`type`		`C.OA.type` = ”circle”
`radius`	rayon	OA = `C.OA.radius`[10]
`south`	point cardinal	`z.S = C.OA.south`[11]

8. Possible `C.OA = circle : radius (z.O, r)`
9. Je prévilégie cette méthode car elle correspond aux contructions avec le compas.
10. OA est nombre réel.
11. Également `north`, `east`, `west`.

Attributs de l'objet circle



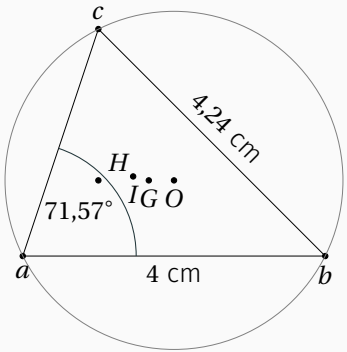
Objet triangle

Création : `T.EFG = line : new (z.E,z.F,z.G)`.

Attribut	Commentaire	Exemple
`pa`,`pb`,`pc`	les sommets [12]	`z.F = T.EFG.pb`
`type`		`T.EFG.type` = ”triangle”
`circumcenter`	centre cercle circonscrit	`T.EFG.circumcenter`
`centroid`	centre de gravité	
`incenter`	centre du cercle inscrit	
`orthocenter`	intersection of altitudes	
`eulercenter`	centre du cercle des neuf points	
`a`, `b`, `c`	longueur des côtés	`T.EFG.a`
`alpha`, `beta`, `gamma`	angles aux sommets	Angle en E = `T.EFG.alpha`
`ab`, `ac`, `bc`	droites par les sommets	`L.EG = T.EFG.ac`

12. Dans l’ordre de la création.

Attributs de l’objet triangle



Objet ellipse

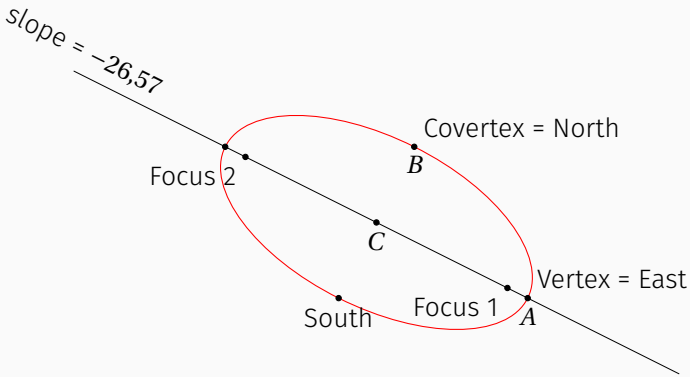
Création : `E.CAB = ellipse : new (z.C,z.A,z.B)` [13]

Ellipse dont le centre est C.
A et B sont des extrémités du grand et du petit axe.

Attribut	Commentaire	Exemple
`center`, `vertex`, ... [14]	centre, vertex, covertex	`E.CAB.center = z.C`
`type`		`E.CAB.type` = "ellipse"
`Rx`, `Ry`	rayons grand et petit axes	`CA = E.CAB.Rx`
`slope`	pente du grand axe	`E.CAB.slope`= pente de $(\overrightarrow{CA})$
`Fa`, `Fb`	les foyers	
`north`	points cardinaux [15]	

13. Deux autres méthodes existent `E.C = ellipse : foci (Fa,Fb,V)` (Deux foyers et le vertex) ou bien `E.C = ellipse : radii (c,a,b,sl)` (le centre, deux rayons et la pente du grand axe.)
14. vertex et covertex sont les extrémités des axes.
15. Et aussi `south`, `east`, `west`.

Attributs de l'objet ellipse



Objets et méthodes

Objets et méthodes

Une méthode [16] est une fonction liée à un objet. Nous avons vu précédemment

```
C.OH  = T.ABC : in_circle ()
L.MI = L.AB : ortho_from (z.M)
```

Les méthodes peuvent retourner toutes sortes de valeurs. Elles utilisent parfois des paramètres. Avec `tkz-elements`, elles retournent, soit des objets parmi ceux cités, soit des valeurs numériques, soit des booléens.

16. Voir la documentation du package pour la description de toutes les méthodes.

Transferts

\tkzGetnodes

La table z est parcourue. Les paires (Clef/Valeur) sont extraites de la table, une à une. K [17] est attribuée au nom du node [18], V.re et V.im sont les coordonnées de celui-ci. [19]

```
\def\tkzGetNodes{\directlua{%
  for K,V in pairs(z) do
  tex.print("\\coordinate ("..K..") at ("..V.re..","..V.im..");
\\\\")
end}}
```

17. Si la clef K se termine par la lettre p (minuscule) alors la lettre p sera remplacée par un prime ’
18. `\pgfnodealias{new name}{existing node}` est une possibilité pour modifer le nom d’un node
19. Rappel : V est l’affixe du point.

Autres transferts \tkzUseLua

Il est possible d'extraire des valeurs en utilisant la macro \tkzUseLua :

```
\def\tkzUseLua#1{\directlua{tex.print(tostring(#1))}}
```

```
\begin{tkzelements}
   z.A     = point : new (1,3)
   z.B     = point : new (4,-2)
   z.C     = point : new (2,4)
   L.AB    = line : new (z.A,z.B)
   T.ABC   = triangle : new (z.A,z.B,z.C)
\end{tkzelements}
```

\tkzUseLua{L.AB.length} donne 5,83 cm
\tkzUseLua{T.ABC.alpha}} donne 1,82 rad

Exemples

Division harmonique

```
\begin{tkzelements}
     z.A    = point : new(0,0)
     z.B    = point : new(5,0)
     L.AB   = line :  new (z.A,z.B)
     z.C    = L.AB :  gold_ratio ()
\end{tkzelements}
```

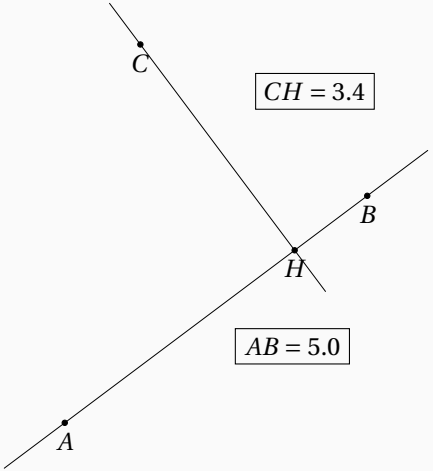
$$\frac{AC+CB}{AC}=\frac{AC}{CB}=\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}61803$$

Pour le calcul de φ ☞ : `\directlua{tex.print((1+math.sqrt(5))/2)}`.

Distance d'un point à une droite

```
\begin{tkzelements}
   z.A            = point : new (0 , 0)
   z.B            = point : new (4 , 3)
   z.C            = point : new (1 , 5)
   L.AB           = line : new (z.A,z.B)
   d              = L.AB : distance (z.C)
   l              = L.AB.length
   z.H            = L.AB : projection (z.C)
\end{tkzelements}
et
\tkzLabelSegment[above right=2em,draw](C,H){$CH = \tkzUseLua{d}$}
```

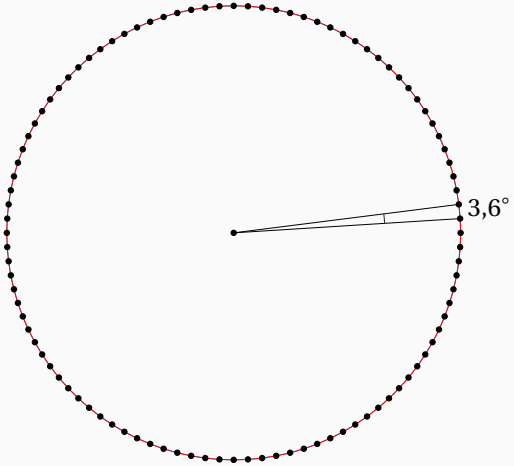
Distance d'un point à une droite



Boucle et notation

```
\begin{tkzelements}
  local r  = 3
  z.O      = point : new (0,0)
  max      = 100
  for i    = 1,max
  do
     z["A_"..i] = point : polar(r,2*i*math.pi/max)
  end
  a = math.deg(get_angle (z.O,z.A_1,z.A_2))
\end{tkzelements}
```

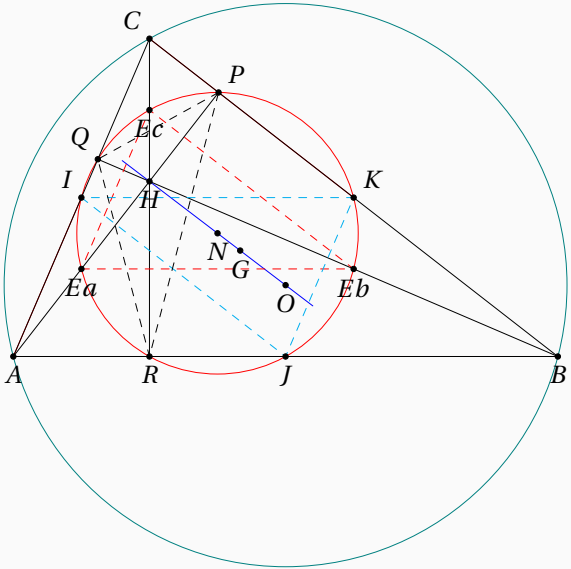
Boucle et notation d'une table



Cercle d'Euler ou des « neuf points »

```
\begin{tkzelements}
 scale          = 1.2
 z.A            = point: new (0 , 0)
 z.B            = point: new (6 , 0)
 z.C            = point: new (1.5 , 3.5)
 T.ABC          = triangle: new (z.A,z.B,z.C)
 z.O            = T.ABC.circumcenter
 z.G            = T.ABC.centroid
 z.N            = T.ABC.eulercenter
 z.H            = T.ABC.orthocenter
 z.P,z.Q,z.R    = get_points (T.ABC: orthic ())
 z.K,z.I,z.J    = get_points (T.ABC: medial ())
 z.Ea,z.Eb,z.Ec = get_points (T.ABC : euler ())
\end{tkzelements}
```

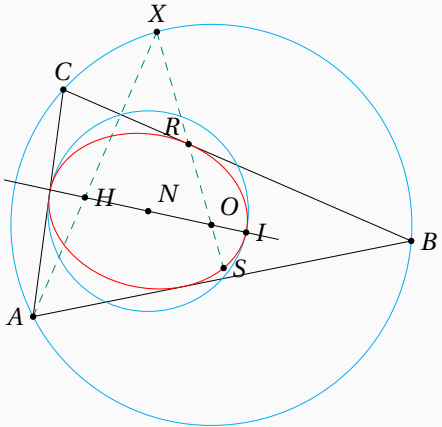
Cercle d'Euler ou « neuf points »



Ellipse dans un triangle

```
\begin{tkzelements}
   z.A,z.B        = point: new (0 , 0),point: new (10 , 2)
   z.C            = point: new (.8 , 6)
   T.ABC          = triangle: new (z.A,z.B,z.C)
   L.euler        = T.ABC: euler_line ()
   z.H,z.O        = L.euler.pa,L.euler.pb
   z.N            = T.ABC.eulercenter
   C.circum       = circle: new (z.O,z.A)
   C.euler        = circle: new (z.N,T.ABC: medial () .pc )
   z.i,z.j        = intersection (L.euler,C.circum)
   z.I,z.J        = intersection (L.euler,C.euler)
   E              = ellipse: foci (z.H,z.O,z.I)
   z.X            = intersection (line: new (z.A,z.H),C.circum)
   z.R,z.S        = intersection (line: new (z.X,z.O),E)
   a,b,ang        = E.Rx,E.Ry,math.deg(E.slope)
\end{tkzelements}
```

Ellipse dans un triangle

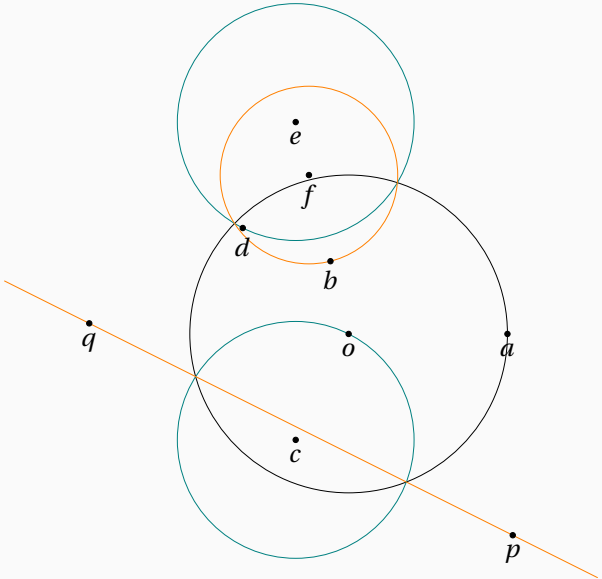


Ce code peut conduire à la création de l'hexagramme de **Pascal**.

Inversion par rapport à un cercle

```
\begin{tkzelements}
z.o,z.a  = point:  new (-1,3),point:  new (2,3)
z.c      = point:  new (-2,1)
z.e,z.d  = point:  new (-2,7),point: new (-3,5)
C.oa     = circle: new (z.o,z.a)
C.ed     = circle: new (z.e,z.d)
C.co     = circle: new (z.c,z.o)
obj      = C.oa: inversion (C.co)
if obj.type == "line" then z.p,z.q = get_points(obj)
  else z.O,z.H = get_points(obj) end
obj      = C.oa: inversion(C.ed)
if obj.type == "line" then z.p,z.q = get_points(obj)
else z.O,z.H = get_points(obj) end
color = "orange"
\end{tkzelements}
```

Inversion par rapport à un cercle



Développement futur

Développement futur

- Introduction des matrices
- Résolution d'équations
- Parabole, hyperbole
- Vecteurs

FIN

Questions ?